

FRAKTÁLY A CHAOS S PROSTOROVĚ DOPRAVNÍMI APLIKACEMI

Jiří HORÁK¹, Igor IVAN²

^{1,2} Institut geoinformatiky, Hornicko-geologická fakulta, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava,
17. listopadu 15, 708 33 Ostrava, Česká republika
jiri.horak@vsb.cz; igor.ivan@vsb.cz

Abstrakt

Nelineární dynamické systémy dovolují popisovat reálný svět lépe než často používané lineární modely. Přesto např. fraktální systémy či jisté typy chaotického chování popsáno vybranými modely se mnoha odborníkům jeví jako příliš teoretické. Příspěvek se snaží poukázat na možnosti využití takových matematických modelů a přesvědčit, že tyto přístupy a modely mohou být důležitý dopad na vysvětlení chování systému (např. popis dostupnosti, charakteristiky dopravních sítí, dynamiky dopravního proudu), jeho predikci, předpovídání rizika apod.

Abstract

Non-linear dynamical systems enable to describe the real world better than much more frequently used linear models. Nevertheless fractal systems and certain types of chaotic behaviour depicted by selected models seem to be „too theoretical“ for many GI experts. We try to demonstrate possibilities how to utilise such mathematical models. Such approaches and models may have significant impacts to understanding of system's behaviour (i.e. description of accessibility, characteristics of transport networks, description of dynamics of transport flows), predictions, risk forecasting etc.

Klíčová slova: fraktály, chaos, GIS, doprava

Keywords: fractal, chaos, GIS, transport

1. ÚVOD

Dynamické systémy popisují chování reálných soustav v probíhajícím čase. Zpravidla jsou reprezentovány matematickým modelem, ve kterém je nezávisle proměnnou čas, a jehož chování je determinováno počátečními podmínkami (Kratochvíl, Heriban, 2010). Většina systémů přírodního či antropogenního původu, se kterými se setkáváme, je právě dynamických.

Dynamické systémy mohou být lineární či nelineární, deterministické či náhodné, autonomní nebo neautonomní.

Dynamické lineární modely nemohou pokrýt některé důležité a zajímavé dynamické vlastnosti, jako jsou např. náhlé a neočekávané nespojitosti, bifurkace (kvalitativní změna v chování struktury atraktoru při mírné změně hodnoty řídicích parametrů) nebo katastrofické jednání, které charakterizují dynamiku mnoha systémů v reálném světě. Proto se dynamické lineární systémy doporučují pouze pro lokální modelování a nikoliv pro globální (Lampart et al., 2013).

Dynamické nelineární systémy mají často poměrně komplikované struktury. Vyznačují se tím, že i malé rozdíly ve vstupních parametrech či hodnotách mohou poskytovat velmi odlišné výsledky. Právě tato vlastnost vedla k označení takových systémů za chaotické. Je třeba zdůraznit, že zatím neexistuje žádná univerzálně akceptovaná definice pojmu chaos. Nejčastěji používaným vyjádřením chaosu je však citlivost na počáteční podmínky.

Dynamické nelineární systémy mohou mít relativně komplikované trajektorie (vývoj zobrazení výsledného stavu v prostoru a čase), které vykazují fraktálové charakteristiky. V některých případech i jejich struktury mohou být fraktální.

2. CHAOS A JEHO VYUŽITÍ

Důležitou vlastností chaotických systémů je citlivost na počáteční podmínky (Devaney, 2003). Obecně se tím myslí skutečnost, že v chaotických systémech dvě množiny počátečních podmínek, i když jsou si velice blízké, vedou po jistém čase (počtu kroků při vývoji dynamického systému) ke zcela odlišným výsledným stavům sledovaného systému. Toto chování bylo odhaleno již na počátku 20. století, kdy Poincaré (1913) uvedl, že „může se stát, že i malé rozdíly v počátečních hodnotách vytvoří následně obrovské rozdíly. Predikce se tak stává nemožnou“. Takové projevy jsou pozorovány i u poměrně jednoduchých systémů (s malým stupněm volnosti), jako je např. populační vývoj nebo model dravec-kořisť (Lampart et al., 2013). Důsledkem je, že jsme u předpovědi chování systému omezeni jen na určitou maximální délku předpovědi. Pokud potřebujeme prodloužit dobu úspěšné predikce, musíme zpřesnit znalost počátečního stavu, avšak toto zpřesnění není lineární či mocninné, ale exponenciální (Kratochvíl, Heriban, 2010).

Pro charakteristiku chaotického systému se používají různé metody – hodnocení trajektorie (Özer, Akin, 2005), fázový portrét (Phillips, 2006), Poincarého mapy, odhady korelačních dimenze (Grassberger, Procaccia, 1983), BDSL test (Brock et al., 1996), Ljapunovovy exponenty (Geist et al., 1990), bifurkační diagramy (Özer, Akin, 2005) nebo 0-1 test (Gottwald, Melbourne, 2004).

2.1 Využití chaosu

Poprvé byly chaotické systémy prokázány v meteorologii (Lorenz, 1963).

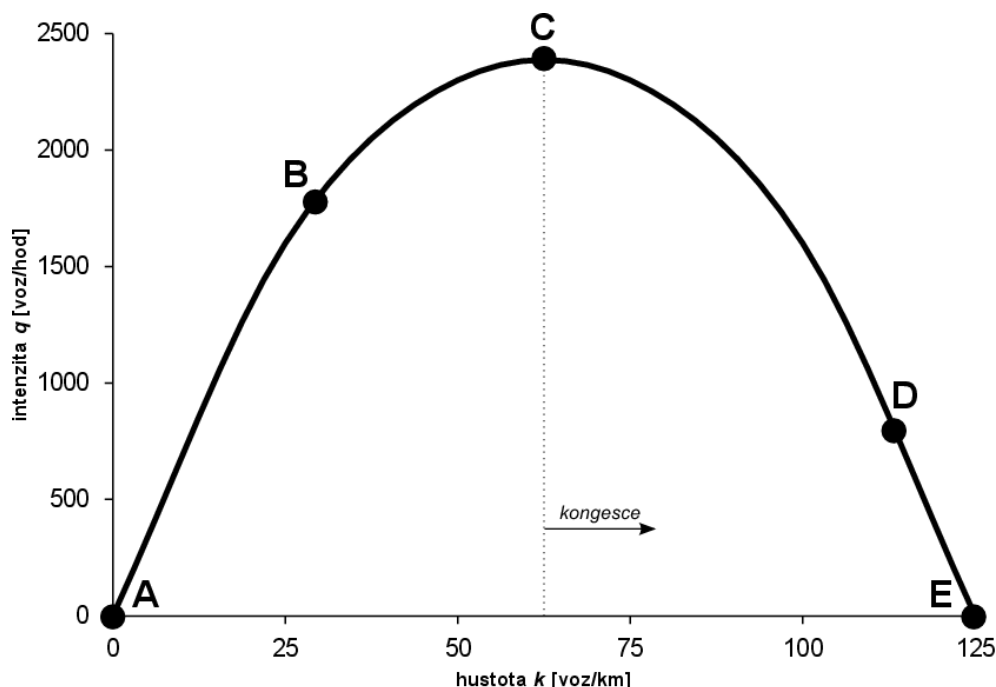
V oblasti socioekonomické geografie se teorie chaosu využívá zejména pro porozumění důvodům nemožnosti předpovídat budoucí vzory komplexních dynamických systémů.

Nejrozšířenější využití našla teorie chaosu ve studiích urbánních systémů. Ty však byly zaměřeny především na nalezení teoretických modelů, logicky popisujících dynamiku urbánních systémů, které mohou projevovat chaotické chování. K praktické aplikaci modelů nedocházelo a to hlavně z důvodu nedostatečné datové základny. Nemohlo tak být reálně testováno chování těchto systémů, jejich dynamické vlastnosti, příp. chaotické chování. Nicméně tyto práce z 80. a z počátku 90. let dokázaly, že i modely postavené na teorii chaosu nemusí nutně projevovat chaotické chování. Hlavním důvodem pro konstrukci těchto agregovaných modelů byla snaha modelovat vliv různorodých inovací v oblasti územního plánování a dopravy na hustě osídlené urbanizované oblasti (Batty, 2008). Po těchto dynamických agregovaných modelech se v současné době dostávají do popředí modely operující na nižší prostorové úrovni ve velmi velkém měřítku. Tento vývoj je umocněn dostupností širší sady často individuálních dat a také výpočetní techniky a postupů, které s tzv. Big Data dokáží pracovat.

Další oblastí, kde teorie chaosu našla své uplatnění, jsou dopravní systémy. Zde patří mezi nejvýznamnější práce Dendrinos, Sonis (1990). Ti propojili prostorový interakční (gravitační) model do Volterra-Lotka prostorového populačního dynamického modelu. Dále se pak zabývali problémem prostorové interakce (např. kongesce v dopravní síti). Poměrně hojně byla studována také volba dopravního módu, volba dopravní cesty, volba cíle, či obecněji problematika volby (např. Nijkamp a Reggiani, 1992).

Problematika chaosu je populární také při studiu dynamiky dopravního proudu. Intenzita dopravního proudu q [voz.hod⁻¹] je definována jako součin střední rychlosti dopravního proudu v [km.hod⁻¹] a střední hustoty dopravy k [voz.km⁻¹]. Graf níže pak zobrazuje vztah mezi oběma veličinami a jednotlivé body A-E charakterizují různé stavy dopravního proudu. Ke kongescím dochází v bodě E, kdy je velmi vysoká hustota a nízká intenzita. Naopak v bodě C je dopravní proud nejplynulejší a intenzita dosahuje nejvyšších hodnot. Body B a D jsou libovolné body křivky modelu, které definují situaci bez kongescí (B), případně s kongescí (D). Modely nacházejí uplatnění při určování kapacity komunikací např. v místech dopravního zúžení. Na základě těchto modelů bylo doporučeno minimalizovat zúžení jako např. redukce dopravních pruhů, nevhodné zatáčky, nehody apod. a snížit počet dopravních prostředků. Přestože se jedná o racionální a velice jednoduchá doporučení, i přes jejich aplikaci nedošlo k eliminaci kongescí. Ty vznikaly dále i po rozšíření komunikací. Další studie dosáhly srovnatelných výsledků, pokud se pro simulace dopravního toku použily rovnice popisující pohyb molekul plynu v trubici se zúženým hrdlem (Veselý, 2006). Po dalších úpravách těchto rovnic se došlo k závěru, že za určitých podmínek model nikdy nedosáhne bodu C, ale

skokově se dostává ze stavu plynulého proudu do stavu kongesce. Vlivem krátkého a nepatrného výkyvu v rychlosti nebo rozmístění vozidel tak mohou kongesce vznikat zcela spontánně. Tyto výsledky jsou zcela průlomové v oblasti dopravního inženýrství a zpochybňují teorii maximální kapacity dálnic. Dopravní systém se kombinací obou sledovaných parametrů dostává do bifurkačního bodu, kdy se volně se pohybující vozidla začnou pohybovat synchronizovanou rychlostí, čímž se znemožní předjíždění a celý dopravní tok se výrazně zpomalí a může se dokonce zcela zastavit. K podobným kolapsům pak dochází na dálnicích relativně často (Helbig, 1997, Veselý, 2006).



Obr. 1. Model intenzity dopravního proudu (upraveno dle Přibyl, Mach, 2003)

Fakt, že silniční doprava v nestabilních dopravních situacích vykazuje některé rysy chaosu jako např. zpětnovazební procesy, nelinearita, citlivost na počáteční podmínky, soběpodobnost dopravních situací, fraktálový charakter křivek průběhu dopravy, samoorganizace, se podařilo experimentálně prokázat na konci 90. let (Pozybill, 1998). Nicméně podobně jako tomu bylo v urbánních systémech, tak i zde se hlavní zájem v posledních letech zaměřuje na individuální modely založené na celulárních automatech a multiagentových systémech. Dynamické modely v dopravě v posledních letech představují např. Pfaffenbichler et al. (2010), kteří vytvořili interakční dopravní model. Dopravní model vybudovaný v prostředí Vensim, který není příliš prostorově detailní, avšak komplexně simuluje poptávku po dopravě, ekonomiku, dopravní prostředky a environmentální dopady, představují Fiorello et al. (2010).

3. FRAKTÁLY

Fraktál můžeme pocitově definovat jako množinu, která je vzhledem ke zvětšení soběpodobná (Lampart et al, 2013). Často se kromě požadavku na soběpodobnost uvádí také jako zásadní vlastnosti měřítková nezávislost a vztahy podle mocninného zákona (Brown, Liebovitch 2010).

Fraktály se dělí na soběpodobné a soběpříbuzné. Soběpodobné fraktály obsahují opakující se originální motiv mateřského tělesa, zatímco soběpříbuzné fraktály obsahují podobné kopie původního útvaru, ale nikoliv přesné kopie. Fraktály je možné zkonstruovat pomocí afinních transformací (rotace, změna měřítka a posun). Opakováním těchto transformací se postupně vytváří fraktální struktura. Pokud se aplikují všechny transformace pravidelně, vzniká soběpodobný obrazec. Pokud se používají s ohledem na uživatelem definovanou pravděpodobnost pro každou transformaci a použije se tzv. hierarchický IFS (Iteration Function System), pak bude soběpříbuzný (Lampart et al., 2013).

Dauphiné (2012) uvádí podrobnější členění typu fraktality, kdy mezi soběpříbuznými fraktály lze rozlišit Lévyho model, fraktálový Gaussovský šum a fraktálový Brownův pohyb. Rozlišení fraktality má význam pro

zkoumání zjištěné distribuce a dalších charakteristik, které nám popisují daný systém, protože ovlivňuje způsob jejich výpočtu. Podrobnější postup je uveden v (Lampart et al., 2013).

Za základní charakteristiku fraktálního systému se považuje jeho fraktální dimenze.

3.1 Způsob výpočtu fraktálních charakteristik

Je potřebné si uvědomit, že všechny používané metody jsou pouze odhadem skutečné fraktální dimenze objektů či jevů, mají řadu omezení a nelze se spokojit s jedním možným odhadem. Přitom za základní charakteristiku je považována Hausdorffova dimenze (Falconer, 2006) D_H , kterou ale většinou neumíme přímo vypočítat.

K nejběžnějším a nejvíce používaným metodám výpočtu fraktální dimenze patří kvadrantová metoda (box-counting).

Vedle kvadrantové metody je možné pro výpočet fraktální dimenze využít celou řadu dalších technik, některé se však aplikují jen pro určité typy jevů v závislosti na dimenzi a formě sledovaného jevu.

Např. pro výpočet fraktální dimenze sady bodů (v různých dimenzích) lze použít metody kvadrantovou, sandbox, korelační, radiální nebo dilatační, zatímco pro určení fraktality křivky s pravidelným krokem ve 2D (typu časová řada) se používají metody kvadrantová, informační dimenze, Gaussovské konvoluce, odpichovací, semivariogramu, Hall-Wood, spektrální a waveletové odhady. Jejich základní popis lze najít v Lampart et al. (2013).

Samotný výpočet fraktální dimenze (včetně různých variant) nemusí stačit pro rozlišení a popis jednotlivých typů fraktálních struktur. Pro lepší popis textury fraktálů navrhnul Mandelbrot (1983) ukazatel mezerovitost (lacunarity). Pro měření fraktálních charakteristik sítí je možné použít dimenzi rozptýlení (dispersion dimension) a podobné charakteristiky. Pro popis mocninného vztahu mezi plochou 2D objektů a jejich kumulativním počtem se používá Korčákův exponent (Novotný, 2010). Pro charakterizování homogenity průzkumné sítě a její schopnosti sledovat plošné jevy se aplikuje Morishita index disperze (Lampart et al., 2013).

3.1.1 Fraktální dimenze určená kvadrantovou metodou

Metoda se běžně označuje jako „box counting“, ale můžeme se setkat s dalšími alternativními názvy jako je Kolmogorovova entropie, dimenze entropie, kapacitní dimenze, metrická dimenze či Minkovského dimenze (Falconer, 2006).

Verbovšek (2009) či Dauphiné (2012) upozorňují, že většina přírodních systémů je spíše soběpříbuzných než soběpodobných, přitom kvadrantová metoda je vhodná zejména pro soběpříbuzné systémy. Její použití je pouze odhadem skutečné fraktální dimenze a používá se zejména z důvodu jednoduchosti.

Postup výpočtu bývá takový, že se zkoumaná oblast překryje pravidelnou čtvercovou mřížkou (ve 2D) o velikosti strany čtvercové buňky r . Následně se spočítá počet buněk, ve kterých se nachází libovolná část zkoumaného objektu, a získáme N pro příslušné r , tedy $N(r)$. Změníme velikost strany buňky a výpočet opakujeme. Výsledky se vynesou do grafu $N(r)$, jehož obě osy mají logaritmické měřítko. Pokud je možné body proložit přímkou, lze vztah charakterizovat podle mocninného zákona a je pravděpodobný fraktální charakter objektu, jeho měřítková nezávislost. Sklon β regresní přímky proložené body vyjadřuje zápornou hodnotu fraktální dimenze D_b . Indexem rozlišujeme typ výpočtu fraktální dimenze.

Praktická realizace odhadu D_b se střetává s řadou problémů, z nichž některé jsou dále uvedeny.

Primární problém může být ve správném nastavení oddělení zájmového objektu od okolí, tj. od pozadí (Dauphiné, 2012). Rovněž existuje závislost na použitém primárním rozlišení rastrového obrazu, která může způsobit významné rozdíly ve vypočteném D_b .

Při realizaci je třeba dosáhnout toho, aby pro každou velikost r byl určen vždy minimální možný počet pokrývajících buněk (Brown, Liebovitch, 2010). Proto se doporučuje používat posunu sítě nebo její rotace, aby se zjistily možné varianty výsledku a vybrala skutečně nejmenší hodnota.

Interpretovaný graf obsahuje proti očekávanému teoretickému průběhu různé odchylky, dané reálným světem a naší omezenou schopností ho zkoumat, měřit a zaznamenávat.

V realitě zaznamenáváme maximálně rozlišení obrazu (nelze zvolit menší buňku), zatímco horní hranice rozsahu je vázána na konečnou velikost zkoumané oblasti (Telesca et al., 2009).

Naše omezené schopnosti pozorování a záznamu vedou k tomu, že malé objekty pod určitý rozměr jsou často nedostatečně (nebo vůbec) vzorkovány (např. plošné objekty či vodní toky pod jistý limit nejsou v mapě zobrazovány). To způsobuje zmírnění sklonu regresní přímky na straně malých rozměrů (Verbovšek, 2009).

Podobný problém na opačné straně regresní přímky spočívá ve zvýšení sklonu regresní přímky pro velké rozměry z důvodu překročení rozměru zkoumaného regionu (Bonnet et al., 2001 in Verbovšek, 2009).

Pokud je možné proložit v různých částech závislosti přímky s různým sklonem, ukazuje to na smíšenou distribuci (Dauphiné, 2012), kde jistý rozsah měřítek odpovídá vždy jednomu typu fraktální dimenze (a odpovídající závislosti).

3.1.2 Dimenze rozptýlení

Dimenze rozptýlení měří fraktální charakteristiky sítí. Umožňuje rozlišit, zda je pozorované fraktální chování linií důsledkem sinusoidního chování sítě nebo důsledkem rozvětvení (Frankhauser, Pumain, 2007), protože počítá charakteristiku rozvětvení a umožňuje ji srovnat s jinými síťovými charakteristikami pro daný uzel.

Postup výpočtu dimenze rozptýlení D_e popisuje Francois a Genre-Grandpierre (Frankhauser, Pumain, 2007). V digitalizované síti se zjišťuje počet uzlů N_v , dostupných pomocí V kroků z výchozího uzlu (tj. bodu, ze kterého se počítá tato charakteristika). V představuje topologickou vzdálenost v grafu (connectivity distance).

Další varianty porovnávají topologickou vzdálenost s euklidovskou nebo aplikují pro porovnání dilatační metody (Lampart et al., 2013).

3.2 Využití fraktálů

S využitím teorie fraktálů a obecně fraktálového přístupu ke studiu objektů a jevů se setkáváme v celé řadě oblastí, zde však uvedeme jen některé s vazbou ke geografickým a dopravním aplikacím.

Počátky studia fraktálů jsou spojeny s měřením délky pobřeží Velké Británie (Mandelbrot 1967). Často se počítají fraktální dimenze řek (např. Tarboton et al. 1988, Rodríguez-Iturbe, Douvinet et al., 2008) nebo se zkoumají mocninné závislosti mezi délkou hlavní řeky a plochou povodí. Hojně se využívá teorie fraktálů v meteorologii. Plocha a obvod mraků mají typické fraktální chování, ovšem podobné chování vykazují i další jevy. V poslední době využívají meteorologové multifraktály, aby lépe porozuměli polím teplot, srážek a tlaků (Dauphiné, 2012).

Další oblastí je např. geologie, zejména využití teorie fraktálů při studiu zemětřesení, při studiu zlomů nebo v geomorfologii.

K nejvýznamnějším oblastem aplikací patří urbánní geografie, kde se aplikace zabývají především tvarem urbanizovaného území (průběhem jeho hranic), její texturou (skladbou), uličními a dopravními sítěmi (liniové vzory), populací či rozložením sociálních skupin. Např. Batty, Longley (1994) popisuje urbánní tvary, zkoumá jejich fraktálovou dimenzi a porovnává ji s modely, získanými simulací fyzikálních procesů nárůstu hmoty. Tuček a Janoška (2013) upozorňují, že můžeme pozorovat podobné, ale ne stejné vzory na různých úrovních, jde tedy o soběpodobné fraktály. K pokročilejším metodám patří využití buněčných automatů a multiagentních systémů (např. Bailly, 1999).

Naopak studie fraktálního chování urbánních sítí jsou méně běžné. Dauphiné (2012) dokumentuje výpočet fraktální dimenze pro obchodní síť (1,26), dopravu (1,58) a pro administrativu (1,12) v hierarchickém urbánním modelu Christallera, z čehož vyplývá hypotéza nejvyšší pravidelnosti u administrativní sítě a naopak nejnižší pravidelnost u dopravní sítě.

U dopravních sítí se běžně provádějí analýzy liniových segmentů (analýza průběhu sítí) nebo distribuce bodů, reprezentujících stanice.

Benguigui, Daoud (1991) použít výpočet pomocí rostoucího poloměru R kruhu z centra Paříže pro studium hustoty železničních stanic a prokázali smíšený charakter hustoty železničních stanic. Zatímco ve vnitřní části Paříže byla hustota vysoká a konstantní, ve vnější části byla výrazně nižší a navíc se vzdáleností počet stanic výrazně klesal.

Poměrně často je hodnocen průběh dopravních sítí pomocí fraktálních charakteristik. Dauphiné (2012) uvádí řadu francouzských článků zaměřených na toto téma. Např. Maignant (2002) spočítal fraktální dimenzi silniční sítě v oblasti Nice, Marseille a Lyonu shodně na 1,2.

Můžeme se setkat také se vzájemným srovnáním fraktální dimenze průběhu dopravních sítí a distribuce dopravních uzlů (stanic). Pokud jejich fraktálové dimenze vycházejí podobně, znamená to, že se nemění střední vzdálenost mezi stanicemi směrem na periferii. Častěji se ale setkáváme s tím, že fraktální dimenze u stanic je menší, což je důsledek jejich nižší hustoty v periférii (Frankhauser, Pumain, 2007).

Sledování fraktální dimenze průběhu dopravních tras má také význam pro určování dopravní dostupnosti. Vyšší dimenze pro dopravní síť znamená, že libovolné místo v území má blíže k této síti.

Struktura sítě pak bývá hodnocena podle různých topologických charakteristik sítě. Sledují se zejména ukazatelé nodalita, různé varianty centrality či blízkosti a stupeň shlukování v uzlu. U mnoha reálných sítí se tyto ukazatelé se chovají podle mocninného zákona.

Klasické dopravní sítě, jako jsou letecké či lodní linky, vykazují zpravidla měřítkovou nezávislost. Stejná distribuce počtu linek u letišť italských aerolinek byla zjištěna i u čínských a amerických letišť a obecně pro další dopravní sítě (Dauphiné, 2012). Vedle topologických charakteristik se sledují i objemy toků v sítích, často u velkých aglomerací. Např. Li, Shang (2007 in Dauphiné, 2012) klasifikovali dopravní proudy na dálnici u Pekingu pomocí multifraktálové studie.

Analogicky lze využít fraktálů i pro studium migračních toků (např. Lévy 2010).

Hojně se uplatňují fraktální charakteristiky a studium distribuce při analýzách sociálních sítí. Umožňuje objevit a vysvětlit preferenčního připojování k nodům, tedy rozhodování o dalším připojení podle pravděpodobnosti úměrné nodalitě uzlu. Celkově se pak síť vyvíjí podle mocninného zákona.

Další využití je při studiu rizika a předpověditelnosti jevů, kdy se ukazuje, že při běžném oceňování rizika dochází k jeho podcenění. Důvodem je skutečnost, že často se výskyt extrémních událostí v časové řadě chová podle mocninného zákona a ne podle dosud předpokládaných distribucí.

Praktické uplatnění nacházejí fraktální struktury i při boji s epidemiemi, proti zhroucení sítí, při řízení strategie v obchodě a podnikání, návrhy a úpravy vzorkovací sítě, optimalizaci urbánních a krajinných opatření a při obrazovém zpracování.

3.3 Charakteristika uliční sítě vybraného území

V empirické části článku je představen výpočet fraktální dimenze pro hodnocení uliční sítě v území. Pro její výpočet byla z důvodu snadnosti a dostupnosti vybrána kvadrantová metoda, výpočet byl proveden v prostředí programu HarFa (Zmeškal et al., 2013).

Důvodem využití fraktální dimenze pro hodnocení průběhu uliční sítě je určování dopravní dostupnosti. Teoreticky vyšší dimenze pro dopravní síť znamená, že libovolné místo v území má blíže k této síti a hodnota blízká 2 pak znamená plochu vyplněnou téměř jen dopravní sítí. Z hlediska dopravního módu není překvapující, že silniční síť má vyšší dimenze než železniční.

V tomto případě nebyly hodnoceny dopravní sítě různých módů, ale jsou posuzovány uliční sítě. Byly vybrány čtyři obce – Ostrava, Jihlava, Velká Polom a Telč, přičemž v Ostravě byly hodnoceny tři městské obvody (Poruba, Dubina a Moravská Ostrava) a v Jihlavě pak bylo hodnoceno centrum města. V případě měst je tak vybrán zástupce velké polycentrické metropole s hustou uliční sítí, větší historické město, zástupce menší příměstské obce a zástupce menšího historického města. V případě městských částí pak

Poruba reprezentuje hustou zástavbu bytových domů, která byla vybudována v krátkém období druhé poloviny 50. let a jedná se o zástupce socialistického realismu s poměrně pravidelnou a hustou uliční sítí, která by teoreticky měla vykazovat nejvyšší fraktálovou dimenzi. Dubina reprezentuje klasickou hustou sídlištní zástavbu z přelomu 70. a 80. let minulého století, jejíž uliční síť není tak hustá s velkým množstvím slepých ulic, a centrum pak reprezentuje silně urbanizovanou část města orientovanou více na služby a méně na bydlení, s relativně delším historickým vývojem (půdorysně v zásadě vymezeným v 19. století, avšak s probíhajícími rekonstrukcemi a modifikacemi až do současnosti, což ovlivnilo i vývoj uliční sítě).

Pro vzájemnou porovnatelnost výsledků byly hodnoceny vždy výřezy uliční sítě (viz obrázek 2), pořázené ve stejném měřítku 1:10 000.



Obr. 2. Uliční síť zkoumaných území (zleva doprava a shora dolů postupně Velká Polom, Telč, Poruba, Dubina, centrum Ostrava, centrum Jihlava)

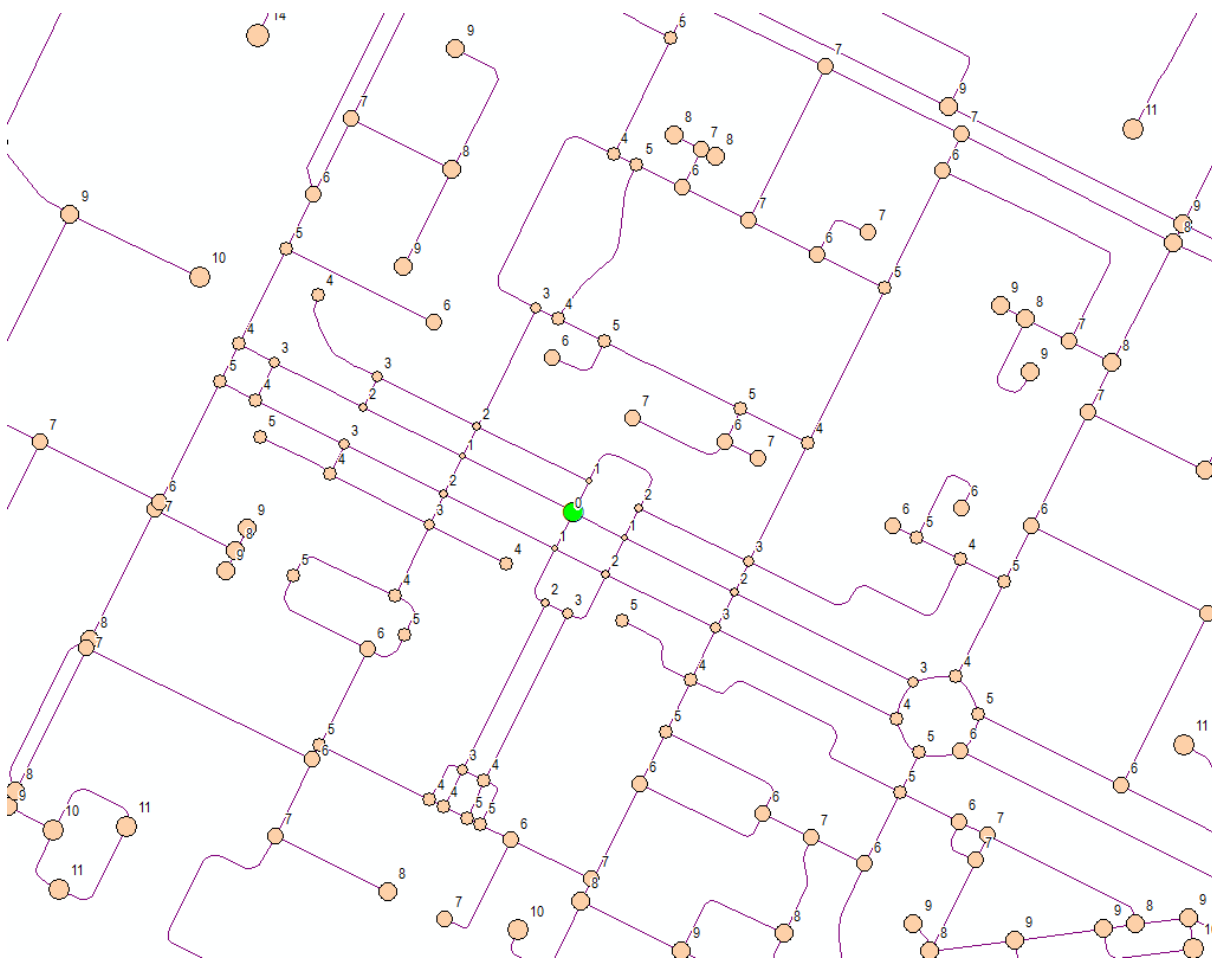
Tab 1. Výpočet fraktální dimenze D_b uliční sítě kvadrantovou metodou v programu HarFa

Území	D_b
Velká Polom	1,2897
Telč	1,3156
Ostrava – Dubina	1,4228
Ostrava – centrum	1,4559
Jihlava – centrum	1,4752
Ostrava - Poruba	1,5007

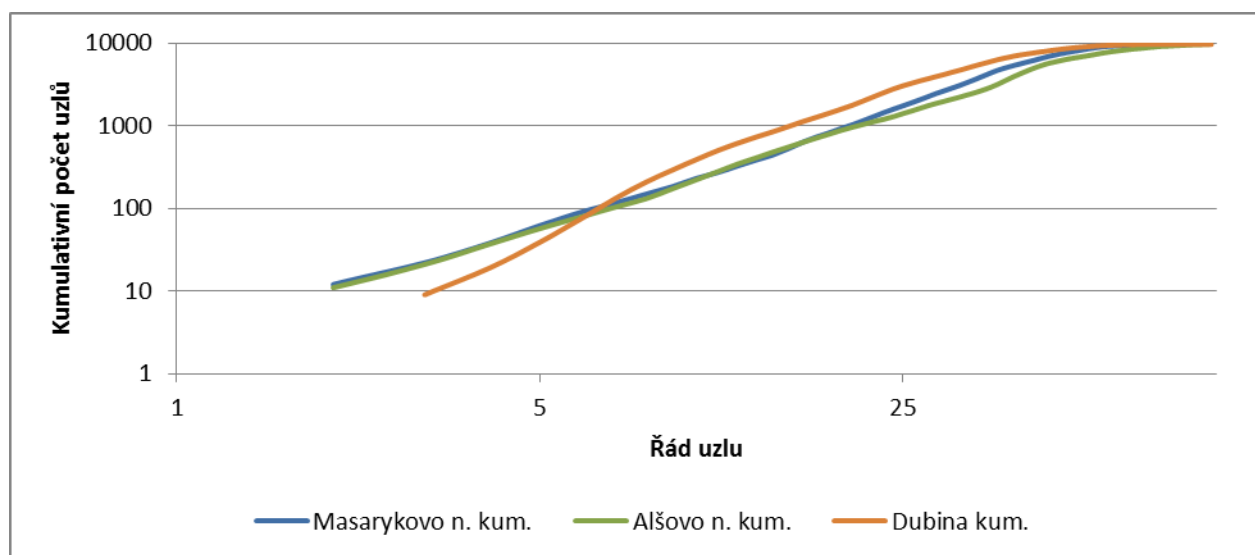
Z výsledků vyplývá předpokládaný výsledek, že největší hodnotu dimenze uliční sítě má městský obvod Poruba s kompaktní hustou zástavbou a odpovídající členitou uliční sítí. O něco nižší dimenzi pak vykazují obě oblasti z center větších měst a také obvod Dubina. Výrazně nižší hodnotu má pak Telč a ještě nižší Velká Polom. Toto se dá vysvětlit rozdílnou populační velikostí těchto měst. Telč má historické centrum s hustší sítí, zatímco Velká Polom má i v centru větší volné (nedostupné) plochy. Nižší hodnota dimenzí oproti předešlým oblastem je pak způsobena periferními oblastmi, kde zatímco v předchozích případech se hodnotí vždy pouze silně urbanizované oblasti, tak v případě těchto menších měst se analyzují rovněž neurbanizované plochy (což už představuje okrajový problém při výpočtu fraktální dimenze).

Rozdíly mezi hodnotami fraktální dimenze různých městských částí Ostravy jsou poměrně malé, proto jsme se pokusili uliční sítě charakterizovat i pomocí dimenze rozptýlení, která by měla charakterizovat stupeň rozvětvení uliční sítě a hodnotit míru centrality jednotlivých uzlů.

Metoda výpočtu byla vysvětlena výše, hodnocení topologické pozice uzlů vůči pozici uzlu na Alšově náměstí (zelené kolečko s číslem 0) je na obr. 3.

**Obr. 3.** Ukázka hodnocení pořadí uzlu od počátečního uzlu na Alšově náměstí

Vedle Alšova náměstí v Porubě byla hodnocena i situace rozvětvení pro centrum Ostravy (Masarykovo náměstí) a Dubinu (centrální pozice). Výsledky jsou na obr. 4.



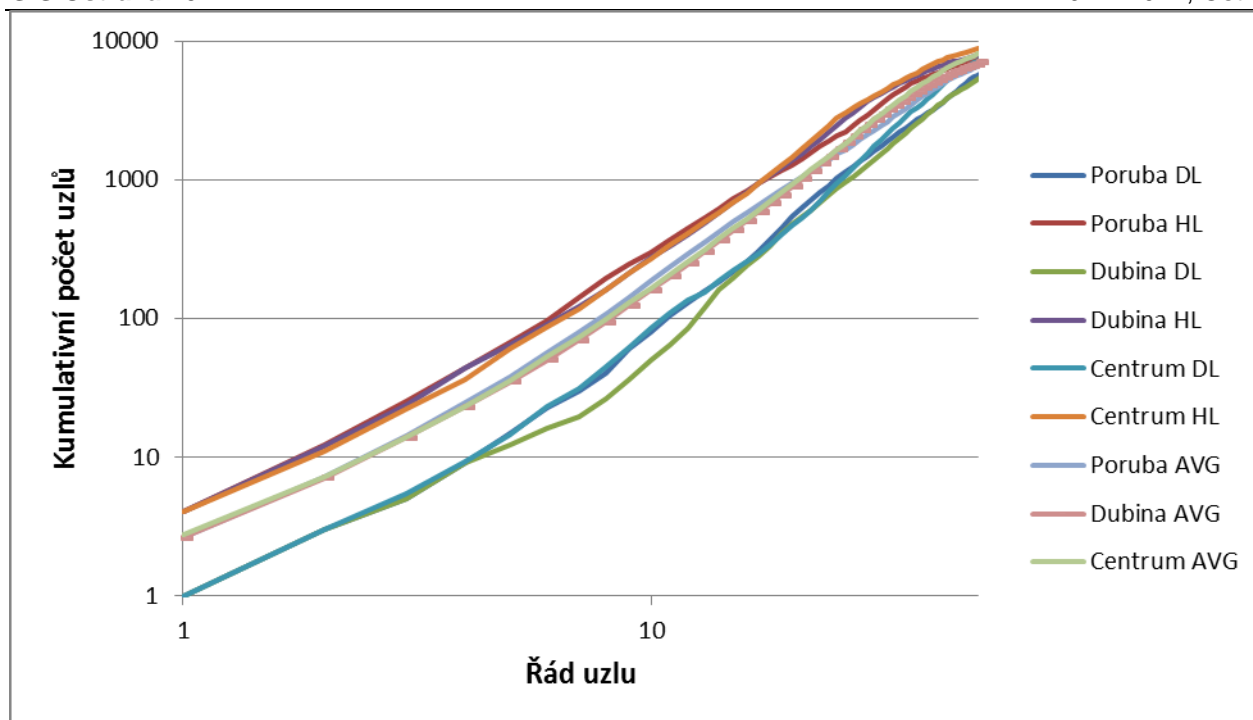
Obr. 4. Hodnocení závislosti kumulativního počtu uzlů na jejich řádu (v logaritmické stupnici) pro určení dimenze rozptýlení u vybraných 3 bodů

Pro rozvětvení z centra příslušné městské části tedy platí, že největší míru rozvětvení (dimenzi rozptýlení D_e) vykazuje Dubina, zatímco střed Ostravy a Poruba mají podobnou míru rozvětvení (alespoň v počátku, pak (asi od 20. řádu) se začínají lišit a strmější průběh a tedy vyšší větvení - a menší konektivitu - vykazuje střed města).

Pro hodnocení celkové situace v daném městském obvodu byl proveden náhodný výběr cca 100 uzlů a vypočtena dimenze rozptýlení pro každý z těchto uzlů. Byly vyzkoušeny různé varianty prokládání bodů v počátku křivky. Pro každý simulovaný počáteční uzel a variantu prokládání bodů byla provedena regresní analýza, která určila kromě parametrů přímky metodou nejmenších čtverců také hodnoty indexu determinace a Fisherova testovacího kritéria. Ze všech variant byla vybrána kombinace prokládání prvním až pátým bodem, která vykazovala nejlepší výsledky.

Výsledné průměrné hodnoty dimenze rozptýlení pro městské části Ostravy jsou 1,64 pro Porubu, 1,60 pro střed Ostravy a 1,59 pro Dubinu. Hodnoty charakterizují úvodní část rozvětvené sítě kolem počátečního uzlu až do pátého řádu, což typicky odpovídá vzdálenosti cca 200-250 metrů. Mírně vyšší míru rozvětvení, resp. menší míru konektivity, má tedy Poruba před téměř stejnými hodnotami pro střed města a Dubinu. Stejně pořadí bylo zjištěno i u dalších variant provedené regresní analýzy, pouze se liší výsledné hodnoty dimenze rozptýlení a odstup jednotlivých městských obvodů (platí, že s rostoucím počtem uzlů započtených do regresní analýzy roste i velikost rozdílu mezi jednotlivými částmi). Uvedené pořadí platí asi do řádu 20, pro vyšší hodnoty se mění situace v pořadí i velikosti rozdílu.

Grafické výsledky ukazují na poměrně malé rozdíly. Na obr. 5 je kromě průměrných hodnot vypočetných z počtu uzlů dosažitelných v každém řádu (AVG) uvedeny i simulační obálky HL a DL, které představují hranici 5% nejvyšších, resp. 5% nejnižších hodnot v každém kroku. Je možné posoudit blízkost průběhu i zjevné odchylky (např. u průběhu dolního limitu pro Dubinu v intervalu 5. až 15.řád).



Obr. 5. Závislost kumulativního počtu uzlů na jejich řádu (v logaritmické stupnici) – průměrné hodnoty, horní a dolní limit pro 303 simulovaných počátečních uzlů v Porubě, Dubině a středu města

4. ZÁVĚR

Řada přírodních i antropogenních systémů vykazuje vlastnosti dynamických nelineárních soustav, což komplikuje či znemožňuje běžné hodnocení a využití standardních metod. Takové systémy není možné uspokojivě popsat běžnými nástroji a nelze ani účinně predikovat chování takových systémů. Je nezbytné hledat nové cesty, jak pracovat s takovými systémy a s jejich daty.

Platí to i pro případy geografických, urbánních a dopravních systémů. V článku jsou představeny vybrané možnosti studia a využití charakteristik dynamických nelineárních systémů pro tuto aplikační doménu. Praktické použití výpočtu fraktální dimenze a dimenze rozptýlení je demonstrováno na hodnocení uliční sítě 3 městských obvodů Ostravy, dvou historických měst a příměstské obce. Podle očekávání největší hodnotu dimenze uliční sítě má městský obvod Poruba s kompaktní hustou zástavbou a odpovídající členitou uliční sítí. Nižší fraktální dimenzi pak vykazují obě oblasti z center větších měst a také obvod Dubina. Výrazně nižší hodnotu má pak Telč a ještě nižší Velká Polom, což je způsobeno územní distribucí nedostupných nezastavěných ploch. Výsledky výpočtu dimenze rozptýlení pro městské obvody v Ostravě ukazují na mírně vyšší míru rozvětvení, resp. menší míru konektivity, než pro další dva zkoumané městské obvody. Hodnocení by bylo ještě vhodné doplnit o další charakteristiky sítě pro dosažení více komplexního pohledu na situaci.

Využití nových charakteristik může mít řadu praktických aplikací např. v novém pohledu na hodnocení dostupnosti, optimalizaci dopravních i urbánních systémů s ohledem na jejich větší robustnost a stabilitu, hodnocení rizik atd.

LITERATURA

BAILLY, E. 1999: Modèle de simulation fractale et croissance urbaine. Etude de cas: Nice, Marseille, Gênes. 1999. Disertační práce. University of Nice Sophia-Antipolis, ISBN 978-05-8224-493-1.

BATTY, M. 2008: Fifty Years of Urban Modeling: Macro-Statics to Micro-Dynamics. ALBEVERIO, Sergio, ANDREY, Denise, GIORDANO, Denise a VANCHERI, Alberto (eds.). The Dynamics of Complex Urban Systems. Mendrisio: Physica-Verlag, 2008, s. 1-20. ISBN 978-3-7908-1936-6.

- BATTY, M., LONGLEY, P. 1994: Fractal cities: a Geometry of Form and Function. Academic Press, London, 394 s., 1994, ISBN 978-0-1245-5570-9.
- BENIGUI, L., DAOUD, M. 1991: Is the Suburban Railway System a Fractal? Geographical analysis. 1991, vol. 23, no. 4, s. 362 – 368. ISSN 1538-4632.
- BROCK, W., DECHERT, D. W., SCHEINKMAN, J. A., LeBARON, B. 1996: A Test for independence based on the correlation dimension. Econometric Reviews. 1996, vol. 15, no. 3, s. 197-235. ISSN 0747-4938.
- BROWN, C., LIEBOVITCH, L. 2010: Fractal Analysis. SAGE. 2010, 165 s. ISBN 978-4129-7165-2
- DAUPHINÉ, A. 2012: Fractal Geography. Wiley, 2012. ISBN 978-1-84821-328-9.
- DENDRINOS, D., SONIS, M. 1990: Chaos and Socio-Spatial Dynamics. Berlin: Springer, 1990. ISBN 978-0-387-97283-1.
- DEVANEY, R.L. 2003: An introduction to chaotic dynamical systems. Boulder: Westview Press, 2003. ISBN 0-8133-4085-3.
- DOUVINET, J., DELAHAYE, D., LANGLOIS, P. 2008: Modélisation de la dynamique potentielle d'un bassin versant et mesure de son efficacité structurelle. CyberGeo. Paris, 2008. DOI : 10.4000/cybergeogeo.16103.
- FALCONER, K. 2006: Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications. Wiley. 2006. ISBN 978-0-470-84861-6.
- FIORIELLO, D., FERMI, F., BIELANSKA, D.: 2010: The ASTRA model for strategic assessment of transport policies. System Dynamics Review. 2010, vol. 26, no. 3, s. 283-290. ISSN 1099-1727.
- FRANKHAUSER, P., PUMAIN, D. 2007: Fractals and Geography. Sanders Lena (ed.) Models in Spatial Analysis. London: ISTE Ltd., 2007.
- GEIST, K., PARLITZ, U., LAUTERBORN, W. 1990: Comparison of Different Methods for Computing Lyapunov Exponents. Progress of Theoretical Physics. 1990, vol. 83, no.5, s. 875-893. ISSN 0033-068X.
- GOTTWALD, G., MELBOURNE, I. 2004: A new test for chaos in deterministic systems. Proceedings of the Royal Society A. 2004, vol. 460, no. 2042, s.603-611. ISSN 1471-2946.
- GRASSBERGER, P., PROCACCIA, I. 1983: Measuring the strangeness of strange attractors. Physica D. 1983, vol. 9, no. 1-2, s. 189-208. ISSN 0167-2789.
- HELBIG, D. 1997: Verkehrsdynamik, neue physikalische Modellierungskonzepte. Berlin: Springer, 1997. ISBN 978-3-540-61927-7.
- KRATOCHVÍL, C., HERIBAN, P. 2010: Dynamické systémy a chaos. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2010. ISBN 978-80-214-4152-1.
- LAMPART M., HORÁK J., IVAN I. 2013. Úvod do dynamických systémů: teorie a praxe v geoinformatice. VŠB-TU Ostrava. 200 s. ISBN 978-80-248-3185-5.
- LEVY, M. 2010: Scale-free human migration and the geography of social networks. Physica A. 2010, vol. 389, no. 21, s. 4913-4917. ISSN 0378-4371.
- LORENZ, E.N. 1963: Deterministic non-periodic flow. Journal of the Atmospheric Sciences. 1963, vol. 20, no. 2, s. 130-141. ISSN 1520-0469.
- MAIGNANT, G. 2002: Pollution et développement durable des villes françaises, étude de cas: Nice, Marseille, Lyon et Paris. 2002. Disertační práce. University of Nice.
- MANDELBROT, B.B. 1967: How long is the coast of Britain? Statistical selfsimilarity and fractional dimension. Science. 1967, vol. 156, no. 3775, s. 636 –638. doi:10.1126/science.156.3775.636.
- MANDELBROT, B.B. 1983: The fractal geometry of nature. Rev. Ed. Freeman. 1983. New York. 468 s. ISBN 978-07-1671-186-5.

NIJKAMP, P., REGGIANI, A. 1982: Interaction, Evolution and Chaos in Space. Berlin: Springer, 1992. ISBN 978-3-642-77511-6.

NOVOTNÝ, J. 2010: Korčákův zákon aneb zajímavá historie přírodní duality statistického rozložení. Informace ČGS. 2010, vol. 29, no. 1, s. 1 – 10.

ÖZER, A.B., AKIN, E. 2005: Tools for detecting chaos. SAÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi 9.Cilt, s. 60-66.

PAFFENBICHLER, P., EMBERGER, G., SHEPHERD, S. 2010: A system dynamics approach to land use transport interaction modelling: the strategic model MARS and its application. System Dynamics Review. 2010, vol. 26, no. 3, s. 262–282. ISSN 1099-1727.

PHILLIPS, J.D. 2006: Deterministic chaos and historical geomorphology: A review and look forward. Geomorphology. 2006, vol. 76, no. 1-2, s. 109-121. ISSN 0169-555X.

POINCARÉ, H. 1913: The Foundations of Science: Science and Hypothesis. The Value of Science, Science and Method. Science Press, 1913.

POZYBILL, M. 1998: Ist Verkehr chaotisch? Strassenverkehrtechnik. 1998, vol. 42, no. 10, s. 538-545. ISSN 0039-2219.

PŘIBYL, P., MACH, R. 2003: Řídicí systémy silniční dopravy. Praha: ČVÚT, 2003. ISBN 978-80-01-02811-7.

RODRÍGUEZ-ITURBE, I., RINALDO, A. 2001: Fractal River Basins: Chance and Self-Organization. Cambridge University Press, 2001. 564 s. ISBN 978-05-2100-405-3.

TARBOTON, D.G., BRAS, R.L., RODRIGUEZ-ITURBE, I. 1988: The fractal nature of river networks. Water Resources Research. 1988, vol. 24, no. 8, s. 1317 – 1322. ISSN 0043-1397.

TELESCA, L., COLUZZI, R., LASAPONARA, R. 2009: Urban Pattern Morphology Time Variation in Southern Italy by Using Landsat Imagery. Murgante, Borruso, Lapucci (eds.) Geocomputation & Urban Planning, SCI 176. 2009. Springer.

TUČEK, P., JANOŠKA, Z. 2013: Fractal dimension as a descriptor of urban growth dynamics. Neural Network World. 2013, vol. 23, no. 2, s. 93 – 102. ISSN 1210-0552.

VERBOVŠEK, T. 2009: BCFD — a Visual Basic program for calculation of the fractal dimension of digitized geological image data using a box-counting technique. Geological Quarterly. 2009, vol. 53, no. 2, s. 241-248. ISSN 1641-7291.

VESELÝ, J. 2006: Úvod do teorie chaosu v dopravě a dopravní telematice. Praha: ČVUT, 2006. ISBN 80-01-03448-8.

ZMEŠKAL, O., Bzatek, T., Nežadal, M., Buchníček, M. (2013): HarFa. Harmonic and Fractal Image Analyzser. [online]. [cit. 2013-12-18]. Dostupné z: <http://www.fch.vutbr.cz/lectures/imagesci/>